# PROBLEMAS DE (QUASE) UM MILHÃO DE DÓLARES

# PARIS 1900

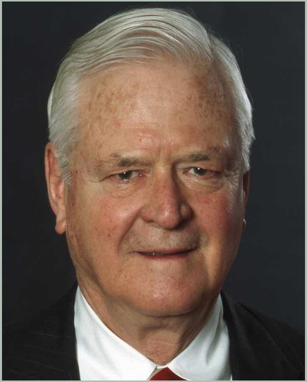
**David Hilbert**
**(1862 – 1943)**

Segundo Congresso
Internacional de Matemáticos

$\boxed{\text{23 Problemas}}$

$\boxed{8\ \checkmark}$ $\boxed{9\ \pm}$ $\boxed{4\ ?}$ $\boxed{1\ \emptyset}$

# PARIS 2000



**Landon Clay**
**(1926 – )**

Problemas do Milênio
Clay Mathematics Institute

7 Problemas

US$ 1.000.000,00

1 ✓

6 ?

# PROBLEMAS DO MILÊNIO

1852 Equações de Navier–Stokes Equações Diferenciais

# PROBLEMAS DO MILÊNIO

| | | |
|---|---|---|
| 1852 | Equações de Navier–Stokes | Equações Diferenciais |
| 1859 | Hipótese de Riemann | Teoria dos Números |

# PROBLEMAS DO MILÊNIO

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1852 | Equações de Navier–Stokes | | Equações Diferenciais |
| 1859 | Hipótese de Riemann | | Teoria dos Números |
| 1895 | **Conjectura de Poincaré** | **2006** | Topologia |

# PROBLEMAS DO MILÊNIO

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1852 | Equações de Navier–Stokes | | Equações Diferenciais |
| 1859 | Hipótese de Riemann | | Teoria dos Números |
| 1895 | **Conjectura de Poincaré** | $\boxed{\textbf{2006}}$ | Topologia |
| 1950 | Conjectura de Hodge | | Álgebra |

# PROBLEMAS DO MILÊNIO

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1852 | Equações de Navier–Stokes | | Equações Diferenciais |
| 1859 | Hipótese de Riemann | | Teoria dos Números |
| 1895 | **Conjectura de Poincaré** | **2006** | Topologia |
| 1950 | Conjectura de Hodge | | Álgebra |
| 1954 | Teoria de Yang–Mills | | Eletrodinâmica Quântica |

# PROBLEMAS DO MILÊNIO

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1852 | Equações de Navier–Stokes | | Equações Diferenciais |
| 1859 | Hipótese de Riemann | | Teoria dos Números |
| 1895 | **Conjectura de Poincaré** | $\boxed{\textbf{2006}}$ | Topologia |
| 1950 | Conjectura de Hodge | | Álgebra |
| 1954 | Teoria de Yang–Mills | | Eletrodinâmica Quântica |
| 1960 | Problema P $\times$ NP | | Computação |

# PROBLEMAS DO MILÊNIO

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1852 | Equações de Navier–Stokes | | Equações Diferenciais |
| 1859 | Hipótese de Riemann | | Teoria dos Números |
| 1895 | **Conjectura de Poincaré** | **2006** | Topologia |
| 1950 | Conjectura de Hodge | | Álgebra |
| 1954 | Teoria de Yang–Mills | | Eletrodinâmica Quântica |
| 1960 | Problema P $\times$ NP | | Computação |
| 1960 | Conjectura de Birch & Swinnerton–Dyer | | Geometria |

# ESTADOS UNIDOS 2002

**Scott W. Williams**
**(1943 – )**

Million–Buck Problems
The Mathematical Intelligencer

12 Problemas

1 ✓ 11 ?

# NÚMEROS PRIMOS

# NÚMEROS PRIMOS

**DEFINIÇÃO**

Um número é PRIMO se tem apenas dois divisores: 1 e ele mesmo.

# NÚMEROS PRIMOS

## DEFINIÇÃO

Um número é PRIMO se tem apenas dois divisores: 1 e ele mesmo.

## EXEMPLOS

$3,\ 5,\ 31,\ 59,\ 509,\ 34.790! - 1, 19.249 \times 2^{13.018.586} + 1.$

# NÚMEROS PRIMOS

## DEFINIÇÃO

Um número é PRIMO se tem apenas dois divisores: 1 e ele mesmo.

## EXEMPLOS

$3,\ 5,\ 31,\ 59,\ 509,\ 34.790! - 1, 19.249 \times 2^{13.018.586} + 1.$

## MAIOR PRIMO CONHECIDO

$\boxed{2^{77.232.917} - 1}$ com 23.249.425 dígitos.

# CONJECTURA DE GOLDBACH

# CHRISTIAN GOLDBACH (1690 – 1764)

**CONJECTURA FORTE**

Todo par maior que 2 é a soma de dois primos.

# CHRISTIAN GOLDBACH (1690 – 1764)

**CONJECTURA FORTE**

Todo par maior que 2 é a soma de dois primos.

**FATO**

Ímpar $=$ Par $+ 3 =$ Primo $+$ Primo $+ 3$

# CHRISTIAN GOLDBACH (1690 – 1764)

## CONJECTURA FORTE

Todo par maior que 2 é a soma de dois primos.

## FATO

Ímpar = Par + 3 = Primo + Primo + 3

## CONJECTURA FRACA

Todo ímpar maior que 5 é a soma de três primos.

# CONJECTURA DE GOLDBACH

## EXEMPLOS

$60 = 23 + 37, \quad 144 = 43 + 101, \quad 61 = 58 + 3 = 29 + 29 + 3.$

# CONJECTURA DE GOLDBACH

## EXEMPLOS

$60 = 23 + 37, \quad 144 = 43 + 101, \quad 61 = 58 + 3 = 29 + 29 + 3.$

## RECORDE

Já verificado para pares $< 10^{18}$ e ímpares $< 10^{30}$.

# CONJECTURA DE GOLDBACH

### EXEMPLOS

$60 = 23 + 37, \quad 144 = 43 + 101, \quad 61 = 58 + 3 = 29 + 29 + 3.$

### RECORDE

Já verificado para pares $< 10^{18}$ e ímpares $< 10^{30}$.

### STATUS

A conjectura fraca foi provada em 2013 por Harald Helfgott.

# PRIMOS GÊMEOS

# PRIMOS GÊMEOS

## DEFINIÇÃO

Dois números primos são GÊMEOS se distam 2 um do outro.

# PRIMOS GÊMEOS

## DEFINIÇÃO

Dois números primos são GÊMEOS se distam 2 um do outro.

## EXEMPLOS

(3, 5), (5, 7), (11, 13), (59, 61), (71, 73), (821, 823), (881, 883).

# PRIMOS GÊMEOS

## DEFINIÇÃO

Dois números primos são GÊMEOS se distam 2 um do outro.

## EXEMPLOS

(3, 5), (5, 7), (11, 13), (59, 61), (71, 73), (821, 823), (881, 883).

## CONJECTURA

Existem infinitos primos gêmeos.

# PRIMOS GÊMEOS

## DEFINIÇÃO

Dois números primos são GÊMEOS se distam 2 um do outro.

## EXEMPLOS

(3, 5), (5, 7), (11, 13), (59, 61), (71, 73), (821, 823), (881, 883).

## CONJECTURA

Existem infinitos primos gêmeos.

## RECORDE

Existem 808.675.888.577.436 primos gêmeos menores que $10^{18}$.

# PRIMOS GÊMEOS

## MAIORES PRIMOS GÊMEOS CONHECIDOS

$\boxed{2.996.863.034.895 \times 2^{1.290.000} \pm 1}$ com 388.342 dígitos.

# PRIMOS GÊMEOS

## MAIORES PRIMOS GÊMEOS CONHECIDOS

$\boxed{2.996.863.034.895 \times 2^{1.290.000} \pm 1}$ com 388.342 dígitos.

## FATO

Exceto 3 e 5, todos os primos gêmeos são da forma $6n - 1$ e $6n + 1$ com $n$ natural.

# PRIMOS GÊMEOS

## MAIORES PRIMOS GÊMEOS CONHECIDOS

$\boxed{2.996.863.034.895 \times 2^{1.290.000} \pm 1}$ com 388.342 dígitos.

## FATO

Exceto 3 e 5, todos os primos gêmeos são da forma $6n - 1$ e $6n + 1$ com $n$ natural.

## STATUS

Yitang Zhang anunciou em 2013 a prova de que para algum $N \leq 70.000.000$ existem infinitos pares de primos que distam $N$.
Terence Tao com o projeto *Polymath* reduziu o limite para 246.

# NÚMEROS PERFEITOS

# NÚMEROS PERFEITOS

**DEFINIÇÃO**

Um número é PERFEITO se é igual a soma de seus divisores próprios.

# NÚMEROS PERFEITOS

## DEFINIÇÃO

Um número é PERFEITO se é igual a soma de seus divisores próprios.

## EXEMPLOS

$$\begin{aligned}
&6 = 1 + 2 + 3, \quad 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14,\\
&496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248,\\
&8.128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508\\
&\qquad\quad +1016 + 2032 + 4064,\\
&33.550.336, \quad 8.589.869.056.
\end{aligned}$$

# NÚMEROS PERFEITOS

## DEFINIÇÃO

Um número é PERFEITO se é igual a soma de seus divisores próprios.

## EXEMPLOS

$$6 = 1 + 2 + 3, \quad 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14,$$
$$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248,$$
$$8.128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508$$
$$+1016 + 2032 + 4064,$$
$$33.550.336, \quad 8.589.869.056.$$

## FORMA GERAL

$2^{p-1} \times (2^p - 1)$ com $2^p - 1$ primo.

# NÚMEROS PERFEITOS

## MAIOR PERFEITO CONHECIDO

$\boxed{2^{77.232.917} \times (2^{77.232.917} - 1)}$ com 46.498.850 dígitos.

# NÚMEROS PERFEITOS

## MAIOR PERFEITO CONHECIDO

$\boxed{2^{77.232.917} \times (2^{77.232.917} - 1)}$ com 46.498.850 dígitos.

## CONJECTURAS

Existem infinitos números perfeitos — Existe um número perfeito ímpar.

# NÚMEROS PERFEITOS

## MAIOR PERFEITO CONHECIDO

$\boxed{2^{77.232.917} \times (2^{77.232.917} - 1)}$ com 46.498.850 dígitos.

## CONJECTURAS

Existem infinitos números perfeitos — Existe um número perfeito ímpar.

## LEONARD EULER (1707 – 1783)

Se existir é da forma $(4n+1)^{4k+1}(2m+1)^2$ com $4n+1$ primo.

# NÚMEROS PERFEITOS

## MAIOR PERFEITO CONHECIDO

$\boxed{2^{77.232.917} \times (2^{77.232.917} - 1)}$ com 46.498.850 dígitos.

## CONJECTURAS

Existem infinitos números perfeitos — Existe um número perfeito ímpar.

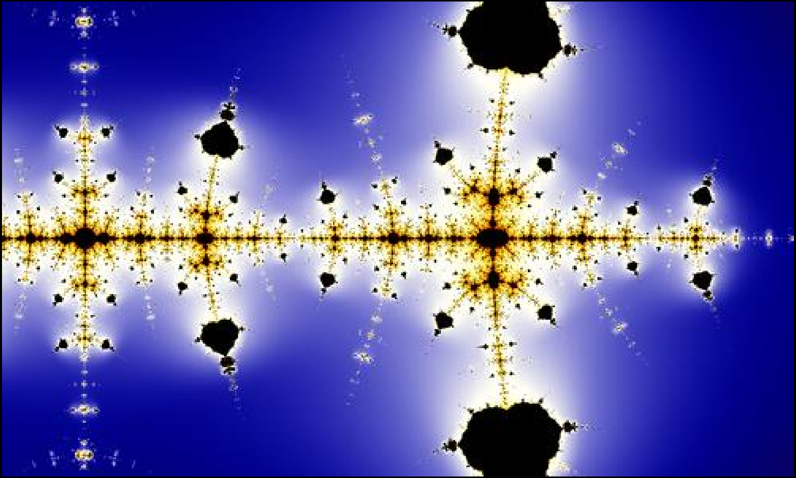
## LEONARD EULER (1707 – 1783)

Se existir é da forma $(4n+1)^{4k+1}(2m+1)^2$ com $4n+1$ primo.

## STATUS

Não existem números perfeitos ímpares menores que $10^{1.500}$.

# SEQUÊNCIA DE COLLATZ



# SEQUÊNCIA DE COLLATZ

## ITERAÇÃO

Dado $x_1$ natural, $$x_{k+1} = \begin{cases} x_k/2 & , x_k \text{ par} \\ 3\,x_k + 1 & , x_k \text{ ímpar} \end{cases}$$

# SEQUÊNCIA DE COLLATZ

## ITERAÇÃO

Dado $x_1$ natural, $$x_{k+1} = \begin{cases} x_k/2 & , x_k \text{ par} \\ 3\,x_k + 1 & , x_k \text{ ímpar} \end{cases}$$

## EXEMPLOS

3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

# SEQUÊNCIA DE COLLATZ

## ITERAÇÃO

Dado $x_1$ natural, $$x_{k+1} = \begin{cases} x_k/2 & , x_k \text{ par} \\ 3\, x_k + 1 & , x_k \text{ ímpar} \end{cases}$$

## EXEMPLOS

3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

25, 76, 38, 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

# SEQUÊNCIA DE COLLATZ

## ITERAÇÃO

Dado $x_1$ natural, $\quad x_{k+1} = \begin{cases} x_k/2 & , x_k \text{ par} \\ 3\,x_k + 1 & , x_k \text{ ímpar} \end{cases}$

## EXEMPLOS

3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

25, 76, 38, 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

27, 82, 41, 124, 62, 31, ..., 3077, 9232, 4616, ..., 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

# SEQUÊNCIA DE COLLATZ

**LOTHAR COLLATZ (1910 – 1990)**

Para qualquer $x_1$ inicial, existe $k$ finito tal que $x_k = 1$.

# SEQUÊNCIA DE COLLATZ

### LOTHAR COLLATZ (1910 – 1990)

Para qualquer $x_1$ inicial, existe $k$ finito tal que $x_k = 1$.

### RECORDE

Já verificado para números menores que $5 \times 2^{60} \approx 6 \times 10^{18}$.

# SEQUÊNCIA DE COLLATZ

## LOTHAR COLLATZ (1910 – 1990)

Para qualquer $x_1$ inicial, existe $k$ finito tal que $x_k = 1$.

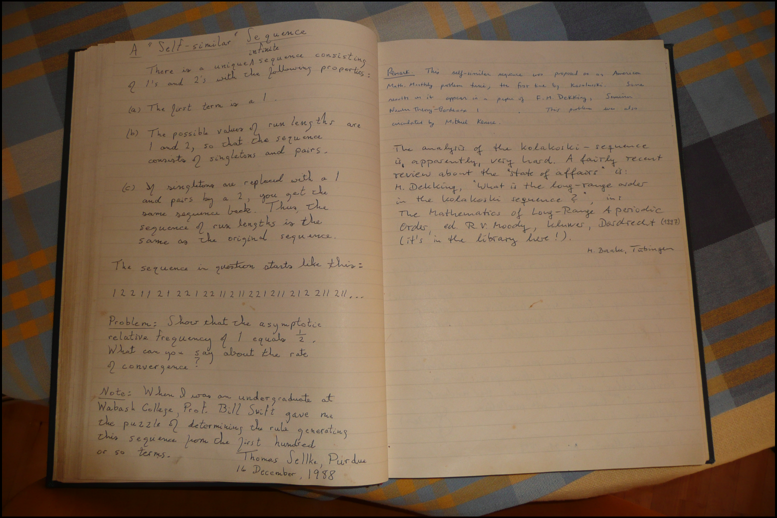
## RECORDE

Já verificado para números menores que $5 \times 2^{60} \approx 6 \times 10^{18}$.

## COMPLEXOS

$$z_{k+1} = \frac{1}{4}\left[2 + 7z_k - (2 + 5z_k)\cos(\pi z_k)\right]$$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI



A "Self-similar" Sequence

There is a unique infinite sequence consisting of 1's and 2's with the following properties:

(a) The first term is a 1.

(b) The possible values of run lengths are 1 and 2, so that the sequence consists of singletons and pairs.

(c) If singletons are replaced with a 1 and pairs by a 2, you get the same sequence back. Thus, the sequence of run lengths is the same as the original sequence.

The sequence in question starts like this:

1 2 2 1 1 2 1 2 2 1 2 2 1 1 2 1 1 2 2 1 2 1 1 2 1 2 2 1 1 2 1 1 ...

Problem: Show that the asymptotic relative frequency of 1 equals $\frac{1}{2}$. What can you say about the rate of convergence?

Note: When I was an undergraduate at Wabash College, Prof. Bill Swift gave me the puzzle of determining the rule generating this sequence from the first hundred or so terms.

Thomas Sellke, Purdue
16 December, 1988

Remark. This self-similar sequence was proposed as an American Math. Monthly problem twice, the first time by Kolakoski. Some results on it appear in a paper of F. M. Dekking, Seminar Number Theory–Bordeaux. This problem was also circulated by Michael Keane.

The analysis of the kolakoski-sequence is, apparently, very hard. A fairly recent review about the "state of affairs" is:
M. Dekking, "What is the long-range order in the kolakoski sequence?", in: The Mathematics of Long-Range Aperiodic Order, ed. R. V. Moody, Kluwer, Dordrecht (1997)
(it's in the library here!).

H. Baake, Tübingen

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

$\mathbf{K} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ \ldots$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

**K** $=$ 1 2 2 1 1 2 1 2 2 1 2 2 1 1 2 1 1 2 2 1 2 1 1 2 1 2 2 ...

## SEQUÊNCIA B

**B** $=$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

$K = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ \ldots$

## SEQUÊNCIA B

$B = 1$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

$K = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ \ldots$

## SEQUÊNCIA B

$B = 1\ 2$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

$\mathbf{K} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ \ldots$

## SEQUÊNCIA B

$\mathbf{B} = 1\ 2\ 2$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

$\mathbf{K} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ \ldots$

## SEQUÊNCIA B

$\mathbf{B} = 1\ 2\ 2\ 1$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

$\mathbf{K} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ \ldots$

## SEQUÊNCIA B

$\mathbf{B} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

$\mathbf{K} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ \ldots$

## SEQUÊNCIA B

$\mathbf{B} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

$\mathbf{K} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ \ldots$

## SEQUÊNCIA B

$\mathbf{B} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

$\mathbf{K} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ \ldots$

## SEQUÊNCIA B

$\mathbf{B} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

$\mathbf{K} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ \ldots$

## SEQUÊNCIA B

$\mathbf{B} = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

$K = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2 \ldots$

## SEQUÊNCIA B

$B = 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

**K** $= 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2 \ldots$

## SEQUÊNCIA B

**B** $= 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2 \ldots$

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## SEQUÊNCIA K

K = 1 2 2 1 1 2 1 2 2 1 2 2 1 1 2 1 1 2 2 1 2 1 1 2 1 2 2 ...

## SEQUÊNCIA B

B = 1 2 2 1 1 2 1 2 2 1 2 2 1 1 2 1 1 2 2 1 2 1 1 2 1 2 2 ...

## WILLIAM KOLAKOSKI (1966)

K é a única sequência de 1's e 2's, começando por 1 que é idêntica a sequência de tamanhos de blocos B.

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## PERGUNTAS

Qual a expressão geral para $K_n$?

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## PERGUNTAS

Qual a expressão geral para $K_n$?

Se $K_1 \dots K_p$ ocorre, $K_1 \dots K_p$ ocorre novamente?

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## PERGUNTAS

Qual a expressão geral para $K_n$?

Se $K_1 \ldots K_p$ ocorre, $K_1 \ldots K_p$ ocorre novamente?

Se $K_1 \ldots K_p$ ocorre, $K_p \ldots K_1$ ocorre?

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## PERGUNTAS

Qual a expressão geral para $K_n$?

Se $K_1 \dots K_p$ ocorre, $K_1 \dots K_p$ ocorre novamente?

Se $K_1 \dots K_p$ ocorre, $K_p \dots K_1$ ocorre?

Se $K_1 \dots K_p$ ocorre, $\overline{K_1} \dots \overline{K_p}$ ocorre?

# SEQUÊNCIA DE KOLAKOSKI

## PERGUNTAS

Qual a expressão geral para $K_n$?

Se $K_1 \dots K_p$ ocorre, $K_1 \dots K_p$ ocorre novamente?

Se $K_1 \dots K_p$ ocorre, $K_p \dots K_1$ ocorre?

Se $K_1 \dots K_p$ ocorre, $\overline{K_1} \dots \overline{K_p}$ ocorre?

A frequência de 1's é igual a $1/2$?

# SOREMÚN SOMORDNÍLAP

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

**DEFINIÇÃO**

Um número é PALÍNDROMO ou CAPICUA se ele é igual ao seu reverso.

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

## DEFINIÇÃO

Um número é PALÍNDROMO ou CAPICUA se ele é igual ao seu reverso.

## EXEMPLOS

121, 35.753, 2.227.222.

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

## DEFINIÇÃO

Um número é PALÍNDROMO ou CAPICUA se ele é igual ao seu reverso.

## EXEMPLOS

121, 35.753, 2.227.222.

## ITERAÇÃO

Dado $x_1$ natural, $\quad x_{k+1} = x_k + \text{Reverso}(x_k)$

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

## EXEMPLOS

$x_1 = 29$,

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

## EXEMPLOS

$x_1 = 29$,
$x_2 = 29 + 92 = 121$

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

## EXEMPLOS

$$x_1 = 789,$$

$x_1 = 29,$

$x_2 = 29 + 92 = 121$

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

## EXEMPLOS

$x_1 = 29,$
$x_2 = 29 + 92 = 121$

$x_1 = 789,$
$x_2 = 789 + 987 = 1.776,$

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

## EXEMPLOS

$x_1 = 29,$
$x_2 = 29 + 92 = 121$

$x_1 = 789,$
$x_2 = 789 + 987 = 1.776,$
$x_3 = 1.776 + 6.771 = 8.547,$

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

## EXEMPLOS

$x_1 = 29,$
$x_2 = 29 + 92 = 121$

$x_1 = 789,$
$x_2 = 789 + 987 = 1.776,$
$x_3 = 1.776 + 6.771 = 8.547,$
$x_4 = 8.547 + 7.458 = 16.005,$

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

## EXEMPLOS

$$x_1 = 29,$$
$$x_2 = 29 + 92 = 121$$

$$x_1 = 789,$$
$$x_2 = 789 + 987 = 1.776,$$
$$x_3 = 1.776 + 6.771 = 8.547,$$
$$x_4 = 8.547 + 7.458 = 16.005,$$
$$x_5 = 16.005 + 50.061 = 660.066$$

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

## EXEMPLOS

$x_1 = 29,$
$x_2 = 29 + 92 = 121$

$x_1 = 789,$
$x_2 = 789 + 987 = 1.776,$
$x_3 = 1.776 + 6.771 = 8.547,$
$x_4 = 8.547 + 7.458 = 16.005,$
$x_5 = 16.005 + 50.061 = 660.066$

## CONJECTURA

Para qualquer $x_1$ inicial, existe $k$ finito tal que $x_k$ é palíndromo.

# NÚMEROS PALÍNDROMOS

## EXEMPLOS

$x_1 = 29,$
$x_2 = 29 + 92 = 121$

$$
\begin{aligned}
x_1 &= 789,\\
x_2 &= 789 + 987 = 1.776,\\
x_3 &= 1.776 + 6.771 = 8.547,\\
x_4 &= 8.547 + 7.458 = 16.005,\\
x_5 &= 16.005 + 50.061 = 660.066
\end{aligned}
$$

## CONJECTURA

Para qualquer $x_1$ inicial, existe $k$ finito tal que $x_k$ é palíndromo.

## STATUS

Fácil de verificar para $x_1 = 195$ e $x_1 = 197$, mas ainda não provado nem para $x_1 = 196$.

# CONJECTURA DE BEAL

$$A^x + B^y = C^z$$

# CONJECTURA DE BEAL

**TEOREMA DE FERMAT**

Não existem inteiros positivos $A$, $B$, $C$ e $n > 2$ tais que $A^n + B^n = C^n$.

# CONJECTURA DE BEAL

## TEOREMA DE FERMAT

Não existem inteiros positivos $A$, $B$, $C$ e $n > 2$ tais que $A^n + B^n = C^n$.

## CONJECTURA

Se $A^x + B^y = C^z$, onde $A, B, C, x, y, z$ são inteiros positivos e $x, y, z$ são todos maiores que 2, então $A, B, C$ têm um fator primo comum.

# CONJECTURA DE BEAL

## TEOREMA DE FERMAT

Não existem inteiros positivos $A$, $B$, $C$ e $n > 2$ tais que $A^n + B^n = C^n$.

## CONJECTURA

Se $A^x + B^y = C^z$, onde $A, B, C, x, y, z$ são inteiros positivos e $x, y, z$ são todos maiores que 2, então $A, B, C$ têm um fator primo comum.

## EXEMPLOS

$2^3 + 2^3 = 2^4$ [2]

$3^3 + 6^3 = 3^5$ [3]

$7^6 + 7^7 = 98^3$ [7]

# CONJECTURA DE BEAL

## TEOREMA DE FERMAT

Não existem inteiros positivos $A$, $B$, $C$ e $n > 2$ tais que $A^n + B^n = C^n$.

## CONJECTURA

Se $A^x + B^y = C^z$, onde $A, B, C, x, y, z$ são inteiros positivos e $x, y, z$ são todos maiores que 2, então $A, B, C$ têm um fator primo comum.

## EXEMPLOS

$2^3 + 2^3 = 2^4$ [2]

$3^3 + 6^3 = 3^5$ [3]

$7^6 + 7^7 = 98^3$ [7]

$33^5 + 66^5 = 33^6$ [11]

# CONJECTURA DE BEAL

## TEOREMA DE FERMAT

Não existem inteiros positivos $A$, $B$, $C$ e $n > 2$ tais que $A^n + B^n = C^n$.

## CONJECTURA

Se $A^x + B^y = C^z$, onde $A, B, C, x, y, z$ são inteiros positivos e $x, y, z$ são todos maiores que 2, então $A, B, C$ têm um fator primo comum.

## EXEMPLOS

$2^3 + 2^3 = 2^4$ [2]

$3^3 + 6^3 = 3^5$ [3]

$7^6 + 7^7 = 98^3$ [7]

$33^5 + 66^5 = 33^6$ [11]

$34^5 + 51^4 = 85^4$ [17]

# CONJECTURA DE BEAL

## TEOREMA DE FERMAT

Não existem inteiros positivos $A$, $B$, $C$ e $n > 2$ tais que $A^n + B^n = C^n$.

## CONJECTURA

Se $A^x + B^y = C^z$, onde $A, B, C, x, y, z$ são inteiros positivos e $x, y, z$ são todos maiores que 2, então $A, B, C$ têm um fator primo comum.

## EXEMPLOS

$2^3 + 2^3 = 2^4$ [2]

$3^3 + 6^3 = 3^5$ [3]

$7^6 + 7^7 = 98^3$ [7]

$33^5 + 66^5 = 33^6$ [11]

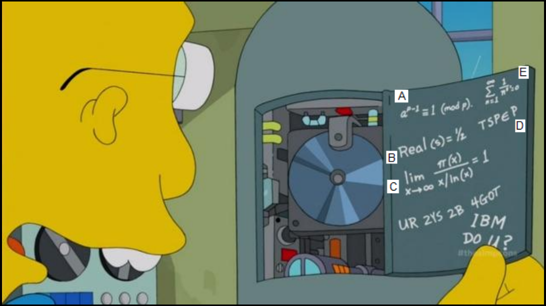
$34^5 + 51^4 = 85^4$ [17]

$19^4 + 38^3 = 57^3$ [19]

# CONJECTURA DE BEAL


BEAL $\Longrightarrow$ FERMAT

# FIM


A = Pequeno Teorema de Fermat
B = Hipótese de Riemann
C = Teorema dos Números Primos
D = Problema do Caixeiro Viajante
E = Função Zeta de Riemann